

7. Relații de ordine

1. Să se verifice dacă relațiile binare ρ pe mulțimea X sunt relații de ordine:

1.1. $x\rho y \Leftrightarrow y - x \in \mathbb{N}, \quad X = \mathbb{R}.$

1.2. $(a, b)\rho(c, d) \Leftrightarrow a - c \leq b - d, \quad X = \mathbb{R}^2.$

1.3. $x\rho y \Leftrightarrow \sin x \leq \sin y, \quad X = \mathbb{R}.$

1.4. $x\rho y \Leftrightarrow \operatorname{arctg} x \leq \operatorname{arctg} y, \quad X = \mathbb{R}.$

1.5. $x\rho y \Leftrightarrow x|y, \quad X = \mathbb{N}^*.$

1.6. $A\rho B \Leftrightarrow A \subset B, \quad X = \mathcal{P}(Y), \quad Y - \text{mulțime arbitrară}.$

1.7. $f\rho g \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq g(x), \quad X = \{f \mid f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}.$

2. Fie ρ_1, ρ_2 - relații de ordine pe aceeași mulțime X . Să se verifice dacă următoarele relații vor fi relații de ordine pe X :

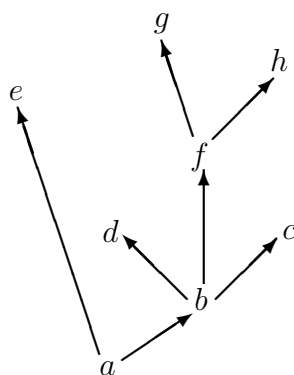
a) $\rho_1^{-1}, \quad \text{b) } \rho_1^2, \quad \text{c) } \rho_1 \circ \rho_2, \quad \text{d) } \rho_1 \cup \rho_2, \quad \text{e) } \rho_1 \cap \rho_2.$

3. Fie (X, ρ) o mulțime ordonată, $A \subset X$. Să se determine:

- a) marginile superioare, b) marginile inferioare,
c) elementele maxime, d) elementele minime.

3.1. $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}; \quad x\rho y \Leftrightarrow x|y; \quad A = \{2, 3, 4, 5\}.$

3.2. $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}; \quad x\rho y$ atunci și numai atunci când de la x la y se poate ajunge pe graful indicat urmând direcția săgeților, sau când $x = y; \quad A = \{a, b, c, h\}.$



4. În câte moduri poate fi introdusă relația de ordine totală pe o mulțime din 100 de elemente?

5. Sunt oare izomorfe mulțimile ordonate date (aici $\leq$ se consideră drept relație naturală de ordine)?

5.1. $(\mathbb{R}, \leq), \quad ((0; +\infty), \leq).$

5.2. $(\mathbb{R}, \leq), \quad ((-\infty; 0], \leq).$

5.3. $(\mathbb{Z}, \leq), \quad (\mathbb{N}, \leq).$

5.4. $(\mathbb{Z}, \leq), \quad (\mathbb{Q}, \leq).$