

## Examenul de bacalaureat la matematica, 13 iunie 2006 Profilul umanist

Timp alocat: 180 minute.

*I. In itemii 1-5 scrie pe foaia de test in spatiu indicat numai rezultatele. Poti folosi Maculatorul pentru efectuarea de calcule.*

1. In rezultatul efectuării operațiilor în expresia  $y^{-2}y^8y^{-6}$  se obține numărul .
2. Valoarea lui  $x \in \mathbb{R}$  pentru care  $x \log_2 3 = \log_{10} 3$  este egală cu .
3. Scrie în casetele libere numerele:  $\lg 1$ ;  $\pi$ ;  $\sqrt{-i^2}$  astfel încât să obții o afirmație adevărată  
  $<$    $<$  .
4. Dacă cercul de rază  $R$  și centrul în punctul  $(-3; 4)$  este tangent la axa  $OX$ , atunci  $R =$  .
5. Dacă parabola cu vârful în punctul  $(2; 0)$  și axa de simetrie paralelă cu axa  $OY$  trece prin punctele  $(3; 1)$  și  $(-3; t)$ , atunci valoarea lui  $t$  este egală cu .

*II. In itemii 6-9 raspunde la intrebari, scriind argumentarile si raspunsurile in spatiile rezervate.*

6. În tabel sunt reprezentate datele cu referință la timpul și costurile pentru utilizarea Internetului în ziua de duminică într-o cafenea.

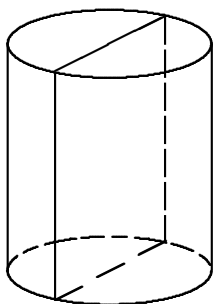
Perioada de timp	Costul 1 ora (lei)
0.00-10.00	3,50
10.00-20.00	6,00
20.00-24.00	3,50

Intr-o duminică Ana a utilizat internetul în această cafenea de la orele 8.00 până la 8.30 și de la orele 9.30 până la 14.15.

Determină cât a plătit Ana în total pentru serviciile de internet în această zi.

7. Rezolvă inecuația  $\int_0^1 (2a^3x - a^2) dx \geq 0$ .

8. În desenul alăturat este reprezentat un cilindru circular drept. Utilizând datele din desen, determină de câte ori este mai mare aria suprafeței laterale a cilindrului față de aria secțiunii axiale.

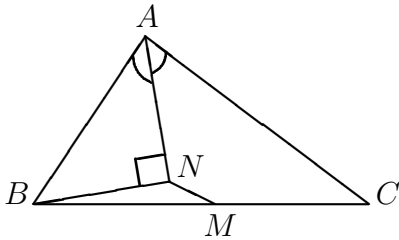


9. Determina pentru care valori ale lui  $a \in \mathbb{R}$  ecuatia  $ax^2 + 2ax - 1 = 0$  nu are solutii reale.

III. Rezolva problemele 10-12 si scrie pe foaia de test rezolvarile complete.

10. Trei drepte de ecuatie  $d_1 : y - x - 2 = 0$ ,  $d_2 : y - 3x + 2 = 0$ ,  $d_3 : 3y - kx - 4 = 0$  se intersecteaza in acelasi punct  $Q$ . Determina valoarea reala a lui  $k$ .

11. Pe desen este reprezentat triunghiul  $ABC$ .  $M$  este mijlocul laturii  $BC$ ,  $AN$  este bisectoarea unghiului  $BAC$ ,  $BN \perp AN$ ,  $AB=14$  si  $AC=19$ . Utilizand datele problemei si desenul, determina lungimea segmentului  $MN$ .



12. Se da functia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3$ . Dreapta de ecuatie  $y = 3x + b$  este tangenta la graficul functiei  $f$ . Determina valorile lui  $b$ , unde  $b \in \mathbb{R}$ .

### Solutii

1. Pentru  $y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  se obtine  $y^{-2}y^8y^{-6} = y^{-2+8-6} = y^0 = 1$ .

2. Cum  $\log_2 3 = \frac{\lg 3}{\lg 2}$  se obtine  $x \log_2 3 = \lg 3 \Leftrightarrow x \frac{\lg 3}{\lg 2} = \lg 3 \Leftrightarrow x = \lg 2$ .

3. Cum  $\lg 1 = 0$ ,  $\pi \approx 3,14$ ,  $\sqrt{-i^2} = \sqrt{-(-1)} = \sqrt{1} = 1$  se obtine  $\lg 1 < \sqrt{-i^2} < \pi$ .

4. Daca cercul  $O(x_0, y_0)$  este tangent la axa  $OX$ , atunci  $R = |y_0|$ . Rezulta  $R = 4$ .

5. Ecuatia parabolei cu varful in  $(2; 0)$  si axa de simetrie paralela cu axa  $OY$  este

$$y = a(x - 2)^2.$$

Punctul  $(3; 1)$  apartine parabolei, prin urmare  $1 = a(3 - 2)^2$ , de unde  $a = 1$  si ecuatia parabolei date:  $y = (x - 2)^2$ . Cum punctul  $(-3; t)$  apartine parabolei, rezulta  $t = (-3 - 2)^2$ , adica  $t = 25$ .

6. S-au folosit a)  $\left(8\frac{1}{2} - 8\right) + \left(10 - 9\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  (ora) a cate 3,50 lei si  
b)  $14\frac{1}{4} - 10 = 4\frac{1}{4}$  (ora) a cate 6 lei. Prin urmare costul total:

$$c = 1 \cdot 3,5 + 4\frac{1}{4} \cdot 6 = \frac{7}{2} + \frac{51}{2} = 29 \text{ lei.}$$

Raspuns: 29 lei.

7. Cum  $\int_0^1 (2a^3x - a^2)dx = \left(2a^3\frac{x^2}{2} - a^2x\right)\Big|_0^1 = (a^3 \cdot 1 - a^2 \cdot 1) - 0 = a^3 - a^2$ , inecuatia devine

$$a^3 - a^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2(a - 1) \geq 0.$$

Se rezolva utilizand metoda intervalelor si se obtine  $a \in \{0\} \cup [1; +\infty)$ .

Raspuns:  $a \in \{0\} \cup [1; +\infty)$ .

8. Fie  $R$  – raza bazei cilindrului,  $H$  – inaltimea lui. Atunci aria suprafetei laterale  $S_1 = 2\pi RH$ , aria sectiunii axiale  $S_2 = 2RH$ , de unde

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi RH}{2RH} = \pi.$$

Raspuns: de  $\pi$  ori.

9. Fie  $a \neq 0$ . Atunci ecuatia patratica  $ax^2 + 2ax - 1 = 0$  nu are solutii reale daca  $\Delta = 4a^2 + 4a < 0$ . Se rezolva inecuatia si se obtine  $a \in (-1; 0)$ .

Daca  $a = 0$  se obtine ecuatia  $0 \cdot x^2 + 0 \cdot x - 1 = 0$ , ce nu are solutii. Prin urmare ecuatia initiala nu are solutii reale pentru  $a \in (-1; 0]$ .

Raspuns:  $a \in (-1; 0]$ .

10. Rezolvand sistemul de ecuatii

$$\begin{cases} y - x - 2 = 0 \\ y - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

se obtine punctul de intersectie  $Q(2; 4)$  a dreptelor  $d_1$  si  $d_2$ . Cum dreapta  $d_3$  trece la fel prin punctul  $Q$ , se obtine:

$$3 \cdot 4 - k \cdot 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow 2k = 8 \Leftrightarrow k = 4.$$

Prin urmare, pentru  $k = 4$  dreptele  $d_1, d_2, d_3$  se intersecteaza in punctul  $Q$ .

Raspuns:  $k = 4$ .

11. Prelungind dreapta  $BN$  pana la intersectie cu latura  $AC$  si notand punctul de intersectie cu  $D$  se obtine triunghiul  $ABD$ .

Cum  $AN \perp BD$  si  $AN$  – bisectoare, rezulta triunghiul  $ABD$  – isoscel si  $AB = BD = 14$ . Atunci  $CD = AC - AD = 19 - 14 = 5$ .

Cum  $MN$  – linie medie in  $\triangle BDC$  ( $BM = MC, BN = ND$ ) se obtine

$$MN = \frac{1}{2}CD = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Raspuns:  $MN = 2,5$ .

12. Cum dreapta de ecuatie  $y = 3x + b$  este tangenta la graficul functiei  $f(x) = x^3$ , rezulta

$$f'(x_0) = 3,$$

unde  $x_0$  este abscisa punctului de tangenta. Asadar,  $3x_0^2 = 3$ , de unde  $x_0 = \pm 1$  si  $y_0 = \pm 1$  (ordonata punctului de tangenta).

Pentru  $x_0 = -1$  se obtine  $-1 = 3 \cdot (-1) + b, b = 2$ .

Pentru  $x_0 = 1$  se obtine  $1 = 3 \cdot 1 + b, b = -2$ .

Asadar  $b \in \{-2; 2\}$ .

Raspuns:  $b \in \{-2; 2\}$ .

### Schema de notare

#### Scor maxim

Nr. 1 — 2 puncte

Nr. 2 — 2 puncte

Nr. 3 — 2 puncte

Nr. 4 — 2 puncte

Nr. 5 — 2 puncte

Nr. 6 — 3 puncte

Nr. 7 — 6 puncte

Nr. 8 — 5 puncte

Nr. 9 — 6 puncte

Nr. 10 — 6 puncte

Nr. 11 — 7 puncte

Nr. 12 — 7 puncte

total: 50 puncte

#### Nota

”10” — 49-50 puncte

”9” — 47-48 puncte

”8” — 44-46 puncte

”7” — 38-43 puncte

”6” — 30-37 puncte

”5” — 18-29 puncte

”4” — 14-17 puncte

”3” — 10-13 puncte

”2” — 5-9 puncte

”1” — 0-4 puncte

Una din componentele unui item este baremul de corectare, utilizat pentru evaluarea raspunsurilor, ce asigura uniformitatea si consecventa notarii. In cadrul testului baremul va specifica numarul de puncte acordat pentru fiecare raspuns integral sau partial.

**Barem de corectare si notare**  
**la testul de matematica realizat in cadrul examenului de bacalaureat**  
**Clasa a XII-a profilul umanist**  
**13 iunie 2006**

Item	Scor maxim	Raspuns corect	Punctaj acordat	Observatii
1.	2 puncte	1	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	*** Nu se acorda alte puncte intermediare (de exemplu 1 punct)
2.	2 puncte	$\lg 2$	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	***
3.	2 puncte	$\lg 1 < \sqrt{-i^2} < \pi$	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	***
4.	2 puncte	4	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	
5.	2 puncte	25	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	
6.	3 puncte	29 lei	1 punct pentru determinarea timpului utilizat pentru fiecare caz 1 punct pentru determinarea sumei achitate in fiecare caz 1 punct pentru determinarea sumei totale	
7.	6 puncte	$a \in \{0\} \cup [1; +\infty)$	1 punct pentru determinarea primitivei 1 punct pentru utilizarea formulei Newton-Leibniz 1 punct pentru calcularea integralei definite 1 punct pentru transformari echivalente in partea stanga a inecuatiei 1 punct pentru rezolvarea inecuatiei 1 punct pentru raspuns corect	
8.	5 puncte	$\pi$	1 punct pentru recunoasterea sectiunii axiale ca dreptunghi 1 punct pentru scrierea formulei ariei sectiunii axiale 1 punct pentru scrierea formulei ariei suprafetei laterale a cilindrului 1 punct pentru scrierea raportului 1 punct pentru raspuns corect	
9.	6 puncte	$a \in (-1; 0]$	1 punct pentru cercetarea cazului $a = 0$ 1 punct pentru scrierea discriminantului 1 punct pentru alcatuirea inecuatiei de variabila $a$ 1 punct pentru transformari echivalente 1 punct pentru rezolvarea inecuatiei 1 punct pentru raspuns corect	

Item	Scor maxim	Raspuns corect	Punctaj acordat	Observatii
10.	6 puncte	4	<p>1 punct pentru alcatuirea unui sistem din primele doua ecuatii</p> <p>1 punct pentru rezolvarea sistemului</p> <p>1 punct pentru determinarea coordonatelor punctului <math>Q</math></p> <p>1 punct pentru inlocuirea coordonatelor punctului <math>Q</math> in a treia ecuatie</p> <p>1 punct pentru rezolvarea ecuatiei</p> <p>1 punct pentru raspuns corect</p>	
11.	7 puncte	2,5	<p>1 punct pentru prelungirea segmentului <math>BN</math> pana la intersectia cu <math>AC</math></p> <p>1 punct pentru recunoasterea triunghiului isoscel</p> <p>1 punct pentru determinarea laturilor acestui triunghi</p> <p>1 punct pentru determinarea segmentului taiat din latura <math>AC</math></p> <p>1 punct pentru recunoasterea punctului <math>N</math> ca mijloc de segment</p> <p>1 punct pentru recunoasterea segmentului <math>MN</math> ca linie mijlocie</p> <p>1 punct pentru calcularea lungimii <math>MN</math></p>	
12.	7 puncte	$b = 2; b = -2$	<p>1 punct pentru determinarea derivatei functiei</p> <p>1 punct pentru utilizarea sensului geometric al derivatei</p> <p>1 punct pentru alcatuirea ecuatiei de variabila <math>x_0</math></p> <p>1 punct pentru calcularea valorilor lui <math>x_0</math></p> <p>1 punct pentru calcularea valorilor functiei in punctele <math>x_0</math></p> <p>1 punct pentru inlocuirea coordonatelor punctelor de tangenta in ecuatiei tangentei</p> <p>1 punct pentru calcularea valorilor lui <math>b</math></p>	
Total	50 puncte			