

Examenul de bacalaureat la matematica, 14 iunie 2005 Profilul umanist

Timp alocat: 180 minute.

I. In itemii 1-4 scrie pe foaia de test in spatiul indicat numai rezultatele. Poti folosi Maculatorul pentru efectuari de calcule.

1. Scrie in caseta libera unul dintre semnele $<$, $>$, $=$, astfel incat sa obtii o afirmatie adevarata

$$\sin \frac{\pi}{6} \boxed{} \lg 1.$$

2. Egalitatea $\frac{1}{36} = 6^n$ este adevarata pentru $n = \boxed{}$.

3. Valoarea expresiei $(1 + i)^2$ este egala cu $\boxed{}$.

4. Dreapta l_1 paralela cu dreapta de ecuatie $l_2 : y = \frac{1}{3}x + 2$ are panta egala cu $m_1 = \boxed{}$.

II. In itemii 5-8 raspunde la intrebari, scriind argumentarile si raspunsurile in spatiile rezervate.

5. Tabelul de mai jos contine date despre inaltimea elevilor unei clase. Se stie ca inaltimea medie a elevilor din clasa constituie 171 cm. Utilizand datele din tabel determina valoarea lui x .

Inaltimea (cm)	165	168	170	175	177
Numarul de elevi	2	6	x	5	3

6. Fie polinomul $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 11x + m$.

a) Determina valorile parametrului real m , daca se stie ca una dintre radacinile polinomului $P(x)$ este egala cu (-1) .

b) Determina celelalte radacini ale polinomului pentru m determinat anterior.

7. Determina valorile reale ale lui x pentru care determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ x & 2 & 2 \\ x^2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ ia valori pozitive.

8. Determina valoarea expresiei $x + y$, daca se stie ca $2^x = 8^{y+1}$ si $9^y = 3^{x-9}$.

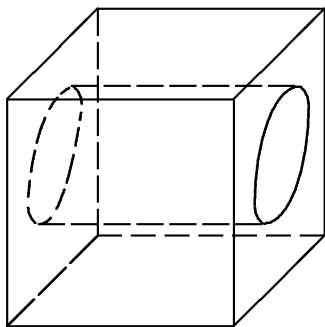
III. Rezolva problemele 9-12 si scrie pe foaia de test rezolvarile complete.

9. Determina pentru care valori ale parametrului p este adevarata egalitatea:

$$\int_{-p}^p \frac{1+x}{2} dx = 1.$$

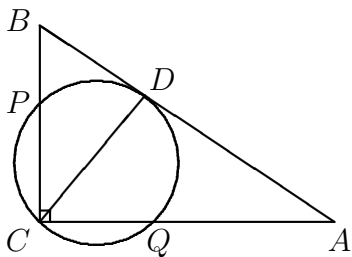
10. O piesa turnata din metal are forma unui cub cu o gaura de forma cilindrica (vezi desenul). Aria bazei piesei este de 16 cm^2 , iar diametrul gaurii este egal cu jumatate din

diagonala bazei. Determina cati cm^3 de metal sunt necesari pentru turnarea acestei piese.



11. Tangenta la curba $y = x^2 - 2x + 3$ este perpendiculara pe dreapta de ecuatie $x + 3y + 3 = 0$. Determina abscisa punctului de tangenta.

12. In desenul alaturat triunghiul ACB este dreptunghic in C . Un cerc este tangent la latura AB in punctul D si intersecteaza celelalte doua laturi in punctele P si Q respectiv. CD este un diametru al cercului. $AB = 10$ cm, $AC = 8$ cm si $BC = 6$ cm. Utilizand datele problemei si desenul, determina lungimea segmentului PQ .



Solutii

1. Cum $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\lg 1 = 0$, rezulta $\sin \frac{\pi}{6} > \lg 1$.

2. $\frac{1}{36} = 6^n \Leftrightarrow 6^{-2} = 6^n \Leftrightarrow n = -2$.

3. $(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$.

4. Dreptele paralele au pante egale, rezulta $m_1 = \frac{1}{3}$.

5. Din conditii rezulta ecuatia

$$\frac{165 \cdot 2 + 168 \cdot 6 + 170 \cdot x + 175 \cdot 5 + 177 \cdot 3}{2 + 6 + x + 5 + 3} = 171$$

sau $2744 + 170x = 171(16 + x)$, de unde $x = 8$.

Raspuns: $x = 8$.

6. a) Cum $P(-1) = 0$, rezulta $-2 \cdot 1 - 5 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + m = 0$, de unde $m = -4$.

b) $2x^3 - 5x^2 - 11x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(2x^2 - 7x - 4) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-4)(2x+1) = 0$,
de unde $x \in \left\{-1; 4; -\frac{1}{2}\right\}$.

Raspuns: $m = -4$; $x \in \left\{4; -\frac{1}{2}\right\}$.

7. Cum $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ x & 2 & 2 \\ x^2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 2x^2 + 8x - 4x^2 - 8 - 2x = -2x^2 + 6x - 4$, rezulta inecuatia
 $-2x^2 + 6x - 4 > 0$ sau $x^2 - 3x + 2 < 0$, de unde $1 < x < 2$.

Raspuns: $x \in (1; 2)$.

8. $\begin{cases} 2^x = 8^{y+1} \\ 9^y = 3^{x-9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2^{3(y+1)} \\ 3^{2y} = 3^{x-9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(y+1) \\ 2y = x-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(y+1) \\ 2y = 3y+3-9 \end{cases} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(y+1) \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 6 \end{cases}$, de unde $x + y = 27$.

Raspuns: $x + y = 27$.

9. Cum $\int_{-p}^p \frac{1+x}{2} dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{x^2}{2}\right) \Big|_{-p}^p = \frac{1}{2} \left(p + \frac{p^2}{2} + p - \frac{p^2}{2}\right) = p$, rezulta $p = 1$.

Raspuns: $p = 1$.

10. Fie latura cubului a , raza gaurii R . Din conditii rezulta $a^2 = 16$, de unde $a = 4$ si
 $2R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2}$ sau $2R = \frac{1}{2}4\sqrt{2}$, de unde $R = \sqrt{2}$ (cm).

Fie V_1 - volumul cubului, $V_1 = 4^3 = 64$ (cm³), V_2 - volumul gaurii (cilindrului de raza $R\sqrt{2}$ si inaltimea $h = a = 4$).

$$V_2 = \pi(\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 8\pi(\text{cm}^3).$$

Rezulta $V = V_1 - V_2 = 64 - 8\pi$.

Raspuns: $(64 - 8\pi)$ cm³.

11. Panta dreptei $m_1 = -\frac{1}{3}$. Panta tangentei $m_2 = f'(x_0) = 2x_0 - 2$.

Cum dreapta si tangenta sunt perpendiculare, avem $m_1 m_2 = -1$ sau $(2x_0 - 2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$,
de unde $2x_0 - 2 = 3$ si $x_0 = \frac{5}{2}$.

Raspuns: $x_0 = \frac{5}{2}$.

12. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$ cm², $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = 5 \cdot CD$, rezulta
 $CD = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} = 4,8$.

Consideram patrulaterul $PCQD$. Cum $\angle CPD = \angle CQD = 90^\circ$ (unghiuri ce se sprijina pe diametrul CD). $\angle D = 90^\circ$, rezulta patrulaterul $PCQD$ - dreptunghi si deci $PQ = CD$ (diagonalele dreptunghiului sunt egale). Asadar, $PQ = 4,8$ cm.

Raspuns: $PQ = 4,8$ cm.

Schema de notare

Scor maxim

- Nr. 1 — 2 puncte
- Nr. 2 — 2 puncte
- Nr. 3 — 2 puncte
- Nr. 4 — 2 puncte
- Nr. 5 — 3 puncte
- Nr. 6 — 5 puncte
- Nr. 7 — 5 puncte
- Nr. 8 — 5 puncte
- Nr. 9 — 5 puncte
- Nr. 10 — 8 puncte
- Nr. 11 — 5 puncte
- Nr. 12 — 7 puncte
- total: 51 puncte

Nota

- "10" — 51 puncte
- "9" — 49-50 puncte
- "8" — 45-48 puncte
- "7" — 35-44 puncte
- "6" — 26-34 puncte
- "5" — 17-25 puncte
- "4" — 10-16 puncte
- "3" — 6-9 puncte
- "2" — 3-5 puncte
- "1" — 0-2 puncte

Una din componentele unui item este baremul de corectare, utilizat pentru evaluarea raspunsurilor, ce asigura uniformitatea si consecventa notarii. In cadrul testului baremul va specifica numarul de puncte acordat pentru fiecare raspuns integral sau partial.

Barem de corectare si notare
la testul de matematica realizat in cadrul examenului de bacalaureat
Clasa a XII-a profilul umanist
14 iunie 2005

Item	Scor maxim	Raspuns corect	Punctaj acordat	Observatii
1.	2 puncte	$>$	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	*** Nu se acorda alte puncte intermediare (de exemplu 1 punct)
2.	2 puncte	$n = -2$	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	***
3.	2 puncte	$2i$	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	***
4.	2 puncte	$m_1 = \frac{1}{3}$	Se acorda 2 puncte pentru raspuns corect	***
5.	3 puncte	$x = 8$	1 punct pentru aplicarea corecta a formulei mediei 1 punct pentru determinarea ecuatiei de gradul I in raport cu x 1 punct pentru determinarea lui x	
6.	5 puncte	a) $m = -4$; b) $x \in \left\{ 4; -\frac{1}{2} \right\}$	a) 1 punct pentru determinarea lui m b) 1 punct pentru aplicarea corecta a metodei de descompunere a unui polinom in produs de factori 1 punct pentru determinarea polinomului de gradul II ca factor Cate 1 punct pentru determinarea radacinilor polinomului de gradul II	
7.	5 puncte	$x \in (1; 2)$	1 punct pentru aplicarea corecta a metodei de determinare a determinantului 1 punct pentru determinarea lui 1 punct pentru scrierea inecuatiei 1 punct pentru rezolvarea inecuatiei 1 punct pentru raspuns corect	
8.	5 puncte	$x + y = 27$	1 punct pentru transformarea sistemului intr-un sistem de ecuatii liniare in raport cu x si y 1 punct pentru aplicarea corecta a metodei de rezolvare a sistemului Cate 1 punct pentru determinarea lui x si y 1 punct pentru raspuns corect	

Item	Scor maxim	Raspuns corect	Punctaj acordat	Observatii
9.	5 puncte	$p = 1$	1 punct pentru determinarea corecta a primitivei functiei din partea stanga 1 punct pentru substituirea corecta a limitelor de integrare 1 punct pentru scrierea ecuatiei in raport cu p 1 punct pentru rezolvarea corecta a ecuatiei 1 punct pentru raspuns corect	
10.	8 puncte	$(64 - 8\pi) \text{ cm}^3$	1 punct pentru scrierea volumului piesei ca diferenta dintre volumul cubului si volumul cilindrului 1 punct pentru determinarea muchiei cubului 1 punct pentru determinarea diagonalei bazei 1 punct pentru determinarea diametrului 1 punct pentru determinarea razei 1 punct pentru calcularea volumului cubului 1 punct pentru calcularea volumului cilindrului 1 punct pentru calcularea volumului piesei	
11.	5 puncte	$\frac{5}{2}$	1 punct pentru recunoasterea si scrierea pantei dreptei $x + 3y + 3 = 0$ 1 punct pentru recunoasterea si scrierea pantei dreptei perpendiculare la dreapta data 1 punct pentru utilizarea sensului geometric al derivatei 1 punct pentru scrierea ecuatiei $2x + 2 = 3$ 1 punct pentru determinarea lui x	
12.	7 puncte	$PQ = 4,8 \text{ cm}$	1 punct pentru completarea desenului 1 punct pentru recunoasterea segmentului PQ ca un diametru al cercului 1 punct pentru recunoasterea triunghiului dreptunghic CDB 1 punct pentru recunoasterea si scrierea triunghiurilor asemenea CDB si ACB 1 punct pentru argumentarea triunghiurilor asemenea 1 punct pentru proportionalitatea laturilor 1 punct pentru calcularea corecta a lungimii segmentului PQ	
Total	51 puncte			