

Ministerul Educatiei si Tineretului al Republicii Moldova
Agentia de Evaluare si Examinare
Matematica

Examenul de absolvire a scolii medii de cultura generala, clasa a XI-a, 13 iunie 2008

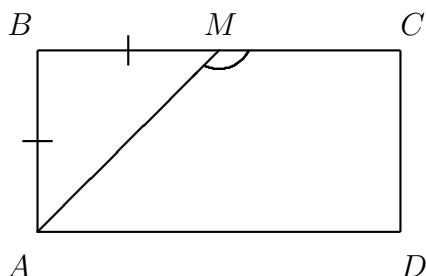
Timp alocat: 180 minute.

In itemii 1-4 completati spatiile rezervate astfel incat propozitiile obtinute sa fie adevarate.

1. Ordonati crescator numerele $2^{-\frac{1}{2}}$; $2 \cos \frac{\pi}{2}$; $\log_{0,5} 2$.

Raspuns: ; ; .

2. In desen $ABCD$ este un dreptunghi. $AB = BM$, $M \in (BC)$. $m(\angle AMC) = \text{}$.



3. Incercuiți litera **A**, dacă propoziția este adevărată, sau litera **F**, dacă propoziția este falsă.

" $|x| > x$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ ".

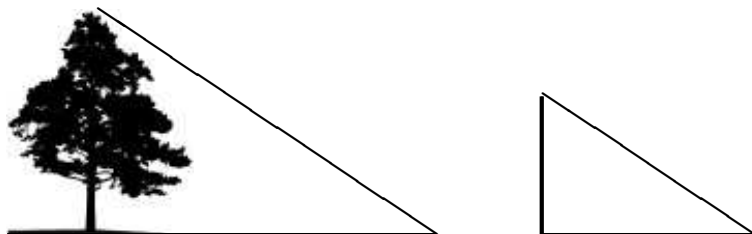
A

F

4. Completați caseta astfel încât propoziția obținută să fie adevărată.

Dacă $3^x - 3^y = 0$, $x, y \in \mathbb{R}$, atunci $3^{x-y} = \text{}$

5. La orele 15:00 stalp cu înălțimea de 3 m are lungimea umbrei egală cu 4,2 m. Determinați înălțimea unui copac, dacă se știe că lungimea umbrei lui la orele 15:00 este de 7,7 m.



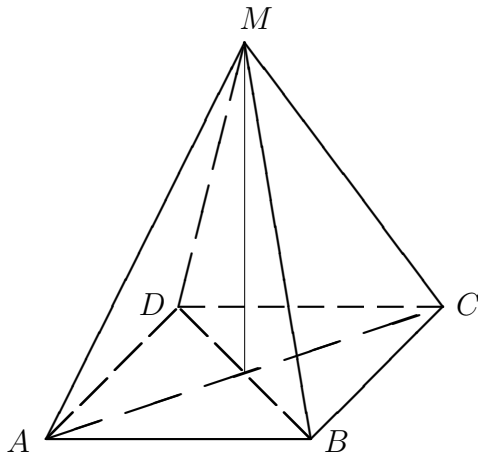
6. Calculați $\sin 2\alpha$, dacă se știe că $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8$.

7. În luna februarie salariul unui muncitor a fost majorat cu 20 % față de salariul lui din luna ianuarie, iar în martie – a fost majorat cu 10 % față de luna februarie. Cu câte procente a fost majorat salariul muncitorului în luna martie față de salariul din luna ianuarie?

8. Scrieti ecuatia tangentei la graficul functiei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{x^2 + 1}$ in punctul $x_0 = -1$.

9. Rezolvati in $\mathbb{R}$ inecuatia $(x + 1)\sqrt{4 - x^2} \leq 0$.

10. Determinati volumul piramidei patrulaterale regulate, daca se stie ca lungimea muchiei laterale este egala cu lungimea diagonalei bazei si este egala cu 6 cm.



11. Rezolvati in $\mathbb{R}$ ecuatia $\log_3(3^{4x} - 3^{2x+1} + 3) = 2\log_9 7$.

12. Determinati functia de gradul al doilea, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care verifica conditiile:
 $f'(1) = 3$; $f(2) + f'(2) = 12$ si $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{7}{6}$.

Solutii

1. $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} > 0$, $2 \cos \frac{\pi}{2} = 2 \cdot 0 = 0$, $\log_{0,5} 2 = -1 < 0$. Prin urmare,

$$\log_{0,5} 2 < 2 \cos \frac{\pi}{2} < 2^{-\frac{1}{2}}.$$

Raspuns: $\log_{0,5} 2$; $2 \cos \frac{\pi}{2}$; $2^{-\frac{1}{2}}$.

2. Cum $\triangle ABM$ – dreptunghic isoscel, rezulta $\angle BMA = 45^\circ$ si $\angle AMC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.
 Raspuns: 135° .

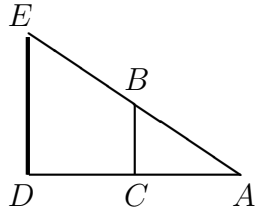
3. Fals, deoarece $|x| > x$ are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}_-$, si nu pentru $\forall x \in \mathbb{R}$.

4. Cum $3^x - 3^y = 0 \Rightarrow 3^x = 3^y \Rightarrow x = y$, rezulta

$$3^{x-y} = 3^{x-x} = 3^0 = 1.$$

Raspuns: 1.

5.



Avem: $BC = 3$, $AC = 4,2$ si $AD = 7,7$. Cum triunghiurile ADE si BCA sunt asemenea, se obtine:

$$\frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD},$$

de unde $ED = \frac{BC \cdot AD}{AC}$ si $ED = \frac{3 \cdot 7,7}{4,2} = 5,5$ (m).

Raspuns: 5,5 m.

6. $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8 \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,8^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,64 \Rightarrow \Rightarrow 1 + \sin 2\alpha = 0,64 \Rightarrow \sin 2\alpha = -0,36$.

Raspuns: $-0,36$.

7. Fie salariul din una ianuarie x lei. Atunci salariul din luna februarie $x + \frac{20}{100} \cdot x = 1,2x$, iar salariul din luna martie $1,2x + \frac{10}{100} \cdot 1,2x = 1,2x + 0,12x = 1,32x$. Alcatuim proportia:

$$x - 100\%,$$

$$1,32x - z\%,$$

de unde $z = 132\%$. Asadar, salariul a fost majorat cu $132\% - 100\% = 32\%$.

Raspuns: cu 32%.

8. Ecuatia tangentei la graficul functiei $f'(x)$ in punctul x_0 :

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

Aflam:

$$\text{a) } f(x_0) = -\frac{4}{(-1)^2 + 1} = -\frac{4}{2} = -2;$$

$$\text{b) } f'(x) = (-4(x^2 + 1)^{-1})' = -4 \cdot (-1)(x^2 + 1)^{-2} \cdot 2x = \frac{8x}{(x^2 + 1)^2};$$

$$\text{c) } f'(-1) = \frac{8(-1)}{((-1)^2 + 1)^2} = \frac{-8}{4} = -2;$$

d) ecuatia tangentei:

$$y + 2 = -2(x - 1),$$

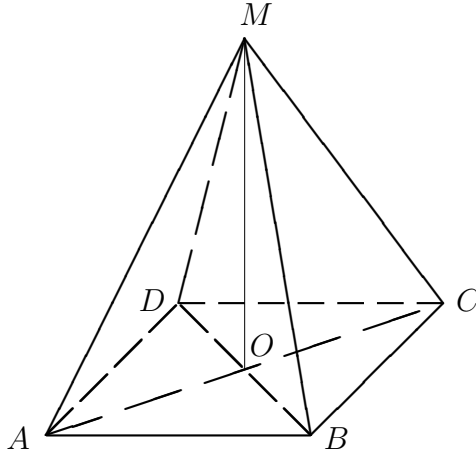
$$y = -2x + 2 - 2,$$

$$y = -2x.$$

Raspuns: $y = -2x$.

9. $(x+1)\sqrt{4-x^2} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x+1 \leq 0 \\ 4-x^2 > 0 \\ 4-x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \leq -1 \\ -2 < x < 2 \\ x = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} -2 < x \leq -1 \\ x = \pm 2 \end{matrix} \right. \Leftrightarrow \right.$
 $\Leftrightarrow x \in [-2; -1] \cup \{2\}$.
 Raspuns: $x \in [-2; -1] \cup \{2\}$.

10.



Consideram $\triangle MBD$: $MO = h$, $MB = MD = 6$ (cm), $MD = DB = 6$ (cm). Rezulta $\triangle MBD$ – echilateral.

$$h = MO = MD \sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

Consideram $\triangle ADB$ dreptunghic in A . $AD = AB$, deci, triunghiul este isoscel.

$$AB = BD \sin 45^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

Rezulta $A_{ABCD} = AB^2 = (3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Aflam volumul piramidei:

$$V = \frac{1}{3} A_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Raspuns: $V = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

11. $\log_3(3^{4x} - 3^{2x+1} + 3) = 2\log_3 7 \Leftrightarrow \log_3(3^{4x} - 3 \cdot 3^{2x} + 3) = \log_3 7 \Leftrightarrow 3^{4x} - 3 \cdot 3^{2x} + 3 = 7 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 3^{4x} - 3 \cdot 3^{2x} - 4 = 0.$

Notam $3^{2x} = t$, $t > 0$ si ecuatia devine

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

cu solutiile $t_1 = -1$ (nu verifica conditia $t > 0$) si $t_2 = 4$. Asadar,

$$3^{2x} = 4 \Leftrightarrow 2x = \log_3 4 \Leftrightarrow 2x = 2\log_3 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2.$$

Raspuns: $x = \log_3 2$.

12. Fie $f(x) = ax^2 + bx + c$. Cum $f'(x) = 2ax + b$ si $f'(1) = 3$, avem $2a + b = 3$.
Cum $f(2) + f'(2) = 12$, iar $f'(2) = 4a + b$, avem

$$4a + 2b + c + 4a + b = 12 \quad \text{sau} \quad 8a + 3b + c = 12.$$

$$\text{Cum } \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (ax^2 + bx + c)dx = \left(\frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx \right) \Big|_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{2} + c, \text{ avem}$$

$$\frac{a}{3} + \frac{b}{2} + c = -\frac{7}{6} \quad \text{sau} \quad 2a + 3b + 6c = -7.$$

Se obtine sistemul:

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ 8a + 3b + c = 12 \\ 2a + 3b + 6c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ -b + c = 0 \\ 2b + 6c = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ -b + c = 0 \\ 8c = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{8} \\ b = -\frac{5}{4} \\ c = -\frac{5}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Asadar, } f(x) = \frac{17}{8}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{5}{4}.$$

$$\text{Raspuns: } f(x) = \frac{17}{8}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{5}{4}.$$

Schema de notare

Scor maxim

Nr. 1 — 3 puncte

Nr. 2 — 2 puncte

Nr. 3 — 2 puncte

Nr. 4 — 2 puncte

Nr. 5 — 4 puncte

Nr. 6 — 4 puncte

Nr. 7 — 5 puncte

Nr. 8 — 5 puncte

Nr. 9 — 8 puncte

Nr. 10 — 5 puncte

Nr. 11 — 7 puncte

Nr. 12 — 9 puncte

total: 56 puncte