Ministerul Educatiei si Tineretului al Republicii Moldova
Agentia de Evaluare si Examinare
Examenul de bacalaureat la matematica, 17 iunie 2008
Profilul umanist, arte, sport

Timp alocat: 180 minute.

In itemii 1-4 completati spatiile rezervate astfel incat propozitiile obtinute sa fie adevarate.

1. Completati caseta astfel incat propozitia obtinuta sa fie adevarata

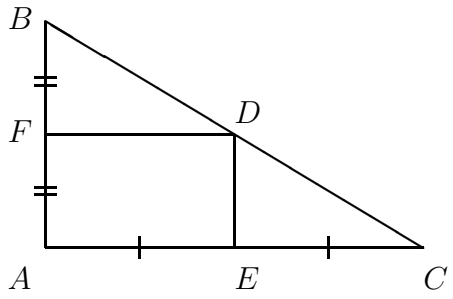
"Daca $P(X) = X^3 - 2X^2 + 4$, atunci $P(\sqrt{2}) = \boxed{}$."

2. Incercuiti litera **A**, daca propozitia este adevarata sau litera **F**, daca propozitia este falsa.

$10^{1+2\lg\sqrt{3}} = 20.$ $\boxed{A}$ $\boxed{F}$

3. Scrieti in caseta un numar real astfel incat functia $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}, f(x) = \log_{\square} x$ sa fie strict descrescatoare pe intervalul $(0; +\infty)$.

4. In triunghiul dreptunghic $ABC, m(\angle BAC) = 90^o$, este inscris dreptunghiul $AFDE$ cu lungimile laturilor, $AF = 3$ cm, $AE = 5$ cm. Daca $AF = FB$, $AE = EC$, atunci aria triunghiului ABC este egala cu $\boxed{}$ cm^2.



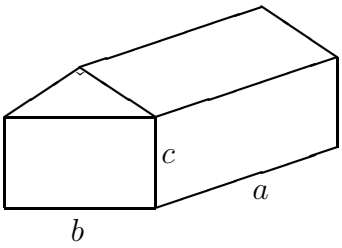
5. In clasele a XII-a a Liceului Teoretic "Stefan cel Mare" invata 50 de elevi, dintre care 35 sunt fete. Statura medie a fetelor este de 168 cm, iar baietilor – 176 cm. Determinati statura medie a liceenilor din clasele a XII-a a Liceului Teoretic "Stefan cel Mare".

6. Termenul de rangul 17 al dezvoltarii binomului $\left(\frac{1}{x^2} + 5\sqrt{x}\right)^n$ nu-l contine pe x. Determinati valoarea lui n.

7. Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Calculati $A \times B$.

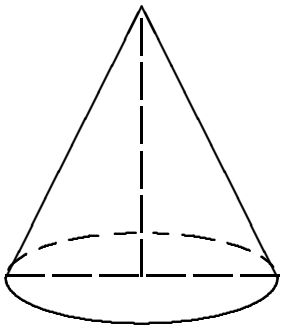
8. Pentru ce valori reale ale lui a si b se verifica egalitatea $3a + (5 - 2i)b = 1 + 2i$?

9. Utilizand datele din desen calculati cati m^3 de fan incap in sopron (sopronul nu are pod), daca lungimea lui $a = 12$ m, latimea $b = 8$ m, inaltimea peretilor $c = 3$ m, iar capriorii acoperisului au aceeasi lungime si formeaza, cate doi, un unghi drept.



10. Fie functia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-\frac{1}{2}x^2-10x+2008$. Determinati valoarea functiei f in punctul ei de minim local.

11. Inaltimea unui con circular drept este egala cu 15 cm, iar suma lungimilor generatoarei si razei bazei este egala cu 25 cm. Calculati aria suprafetei totale a conului circular drept.



12. Determinati valoarea reala a lui a, $a>0$, astfel incat $\int_0^2 (x+e^a)dx = 4e^{2a}$.

Solutii

1. $P(\sqrt{2})=(\sqrt{2})^3-2\cdot(\sqrt{2})^2+4=2\sqrt{2}-4+4=2\sqrt{2}$.
Raspuns: $2\sqrt{2}$.

2. $10^{1+2\lg\sqrt{3}}=10^1\cdot 10^{2\lg\sqrt{3}}=10\cdot 10^{\lg 3}=10\cdot 3=30$. Cum $30\neq 20$, rezulta raspunsul: Fals.

3. In caseta poate fi inscris orice numar real a, cuprins intre 0 si 1 (conform proprietatilor functiei logaritmice $f(x)=\log_a x$, ea este strict descrescatoare pentru $a\in(0,1)$).
Raspuns: de exemplu, $a=\frac{1}{2}$.

4. Avem $AB=2\cdot AF=6$, $AC=2\cdot AE=10$ si $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AE=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 6=$ $=30$ (cm^2).
Raspuns: 30 cm^2.

5. Numarul baietilor din liceul dat: $50-35=15$. Aflam statura medie:

$$\frac{35\cdot 168+15\cdot 176}{50}=170,4 \text{ (cm)}.$$

Raspuns: $170,4$ cm.

6. Utilizam formula termenului de rang k:

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Avem $T_{17} = T_{16+1} = C_n^{16} x^{-2(n-16)} \left(5x^{\frac{1}{2}}\right)^{16} = C_n^{16} \cdot 5^{16} \cdot x^{-2n+32+8} = C_n^{16} 5^{16} x^{-2n+40}$. Cum T_{17} nu contine x, rezulta $-2n + 40 = 0$, de unde $n = 20$.

Raspuns: $n = 20$.

7. Se utilizeaza regula inmultirii a doua matrici si se obtine:

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Avem:

$$3a + 5b - 2bi = 1 + 2i.$$

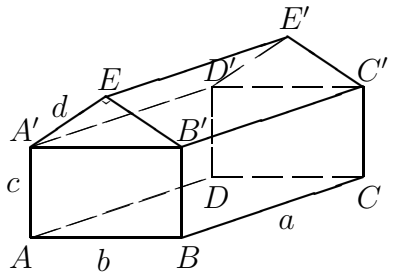
Din definitia egalitatii a doua numere complexe rezulta

$$\begin{cases} 3a + 5b = 1, \\ -2b = 2, \end{cases}$$

de unde $a = 2$ si $b = -1$.

Raspuns: $a = 2,\ b = -1$.

9.



Aflam lungimea capriorilor d:

$$d = b \sin 45^o = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ (m)}.$$

Aflam volumul paralelepipedului $ABCDA'B'C'D'$:

$$V_1 = 12 \cdot 8 \cdot 3 = 288 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Aflam volumul prismei $A'B'EC'D'E'$:

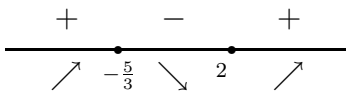
$$V_2 = \frac{1}{2} A'E \cdot EB' \cdot EE' = \frac{1}{2} 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 12 = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 = 192 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Aflam volumul sorponului: $V = V_1 + V_2 = 288 + 192 = 480$ (m^3).

Raspuns: 480 m^3.

10. Determinam derivata functiei: $f'(x) = 3x^2 - x - 10$.

Aflam punctele critice $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 = -\dfrac{5}{3},\ x_2 = 2$. Determinam semnul derivatei:

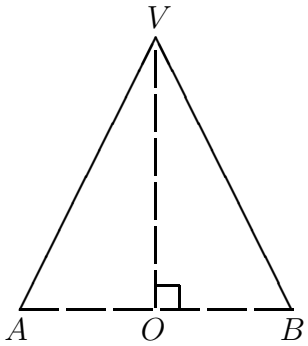


Rezulta $x = 2$ punct de minim local.

$$f_{min} = f(2) = 2^3 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 + 2008 = 1994.$$

Raspuns: 1994.

11.



$$A_{supr.tot.} = \pi R^2 + \pi RG = \pi R(R + G).$$

Notam $OB = R,\ VO = H = 15,\ VB = G = 25 - R$. Conform teoremei Pitagora:

$$VB^2 = VO^2 + OB^2$$

sau $(25 - R)^2 = 15^2 + R^2,\ 625 - 50R + R^2 = 225 + R^2,\ 50R = 400$ si $R = 8$ (cm). Asadar,

$$A_{supr.tot.} = \pi \cdot 8 \cdot 25 = 200\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

12. Cum $\displaystyle\int_0^2 (x + e^a)dx = \left(\frac{x^2}{2} + e^a x\right)\Big|_0^2 = 2 + 2e^a - 0 = 2 + 2e^a$, se obtine ecuatia $2 + 2e^a = 4e^{2a}$ sau $2e^{2a} - e^a - 1 = 0$.

Notam $e^a = t$. Cum $a > 0 \Rightarrow t > 1$. Avem

$$2t^2 - t - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} t_1 = 1 \\ t_2 = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. .$$

Ambele solutii nu verifica conditia $t > 1$, prin urmare, ecuatia initiala nu are solutii. Asadar, nu exista $a > 0$ real ce ar verifica relatia data.

Raspuns: $a \in \varnothing$.

Schema de notare

Scor maxim

Nr. 1 — 2 puncte
Nr. 2 — 2 puncte
Nr. 3 — 2 puncte
Nr. 4 — 2 puncte
Nr. 5 — 4 puncte
Nr. 6 — 5 puncte
Nr. 7 — 6 puncte
Nr. 8 — 5 puncte
Nr. 9 — 6 puncte
Nr. 10 — 6 puncte
Nr. 11 — 7 puncte
Nr. 12 — 8 puncte
total: 55 puncte

Nota

"10" — 54-55 puncte
"9" — 52-53 puncte
"8" — 49-51 puncte
"7" — 39-48 puncte
"6" — 27-38 puncte
"5" — 19-26 puncte
"4" — 14-18 puncte
"3" — 10-13 puncte
"2" — 5-9 puncte
"1" — 0-4 puncte