Ministerul Educatiei, Tineretului si Sportului
Directia Evaluare Invatamant Preuniversitar
Examenul de bacalaureat la matematica, 13 iunie 2006
Profilul umanist

Timp alocat: 180 minute.

I. In itemii 1-5 scrie pe foaia de test in spatiu indicat numai rezultatele. Poti folosi Maculatorul pentru efectuari de calcule.

1. In rezultatul efectuarii operatiilor in expresia $y^{-2}y^8y^{-6}$ se obtine numarul $\square$.

2. Valoarea lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x \log_2 3 = \log_{10} 3$ este egala cu $\square$.

3. Scrie in casetele libere numerele: $\lg 1$; π; $\sqrt{-i^2}$ astfel incat sa obtii o afirmatie adevarata

$$\square < \square < \square .$$

4. Daca cercul de raza R si centrul in punctul $(-3; 4)$ este tangent la axa OX, atunci $R = \square$.

5. Daca parabola cu varful in punctual (2;0) si axa de simetrie paralela cu axa OY trece prin punctele (3;1) si $(-3; t)$, atunci valoarea lui t este egala cu $\square$.

II. In itemii 6-9 raspunde la intrebari, scriind argumentarile si raspunsurile in spatiile rezervate.

6. In tabel sunt reprezentate datele cu referinta la timpul si costurile pentru utilizarea Internetului in ziua de duminica intr-o cafenea.

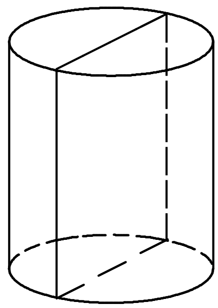
Perioada de timp	Costul 1 ora (lei)
0.00-10.00	3,50
10.00-20.00	6,00
20.00-24.00	3,50

Intr-o duminica Ana a utilizat internetul in aceasta cafenea de la orele 8.00 pana la 8.30 si de la orele 9.30 pana la 14.15.

Determina cat a platit Ana in total pentru serviciile de internet in aceasta zi.

7. Rezolva inecuatia $\int_0^1 (2a^3x - a^2)dx \geq 0$.

8. In desenul alaturat este reprezentat un cilindru circular drept. Utilizand datele din desen, determina de cate ori este mai mare aria suprafetei laterale a cilindrului fata de aria sectiunii axiale.

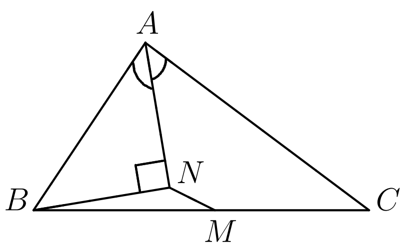


9. Determina pentru care valori ale lui $a \in \mathbb{R}$ ecuatia $ax^2 + 2ax - 1 = 0$ nu are solutii reale.

III. Rezolva problemele 10-12 si scrie pe foaia de test rezolvarile complete.

10. Trei drepte de ecuatie $d_1 : y - x - 2 = 0,\ d_2 : y - 3x + 2 = 0,\ d_3 : 3y - kx - 4 = 0$ se intersecteaza in acelasi punct Q. Determina valoarea reala a lui k.

11. Pe desen este reprezentat triunghiul ABC. M este mijlocul laturii BC, AN este bisectoarea unghiului BAC, $BN \perp AN$, AB=14 si AC=19. Utilizand datele problemei si desenul, determina lungimea segmentului MN.



12. Se da functia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$. Dreapta de ecuatie $y = 3x + b$ este tangenta la graficul functiei f. Determina valorile lui b, unde $b \in \mathbb{R}$.

Solutii

1. Pentru $y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ se obtine $y^{-2}y^8y^{-6} = y^{-2+8-6} = y^0 = 1$.

2. Cum $\log_2 3 = \dfrac{\lg 3}{\lg 2}$ se obtine $x \log_2 3 = \lg 3 \ \Leftrightarrow\ x\dfrac{\lg 3}{\lg 2} = \lg 3 \ \Leftrightarrow\ x = \lg 2$.

3. Cum $\lg 1 = 0,\ \pi \approx 3,14,\ \sqrt{-i^2} = \sqrt{-(-1)} = \sqrt{1} = 1$ se obtine $\lg 1 < \sqrt{-i^2} < \pi$.

4. Daca cercul $O(x_0, y_0)$ este tangent la axa OX, atunci $R = |y_0|$. Rezulta $R = 4$.

5. Ecuatia parabolei cu varful in (2; 0) si axa de simetrie paralela cu axa OY este

$$y = a(x - 2)^2.$$

Punctul (3; 1) apartine parabolei, prin urmare $1 = a(3 - 2)^2$, de unde $a = 1$ si ecuatia parabolei date: $y = (x - 2)^2$. Cum punctul $(-3; t)$ apartine parabolei, rezulta $t = (-3 - 2)^2$, adica $t = 25$.

6. S-au folosit a) $\left(8\frac{1}{2}-8\right)+\left(10-9\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ (ora) a cate 3,50 lei si b) $14\frac{1}{4}-10=4\frac{1}{4}$ (ora) a cate 6 lei. Prin urmare costul total:

$$c=1\cdot 3,5+4\frac{1}{4}\cdot 6=\frac{7}{2}+\frac{51}{2}=29 \text{ lei.}$$

Raspuns: 29 lei.

7. Cum $\int\limits_0^1(2a^3x-a^2)dx=\left(2a^3\frac{x^2}{2}-a^2x\right)\Big|_0^1=(a^3\cdot 1-a^2\cdot 1)-0=a^3-a^2$, inecuatia devine

$$a^3-a^2\geq 0 \quad\Leftrightarrow\quad a^2(a-1)\geq 0.$$

Se rezolva utilizand metoda intervalelor si se obtine $a\in\{0\}\cup[1;+\infty)$.
Raspuns: $a\in\{0\}\cup[1;+\infty)$.

8. Fie R – raza bazei cilindrului, H – inaltimea lui. Atunci aria suprafetei laterale $S_1=2\pi RH$, aria sectiunii axiale $S_2=2RH$, de unde

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{2\pi RH}{2RH}=\pi.$$

Raspuns: de π ori.

9. Fie $a\neq 0$. Atinci ecuatia patratica $ax^2+2ax-1=0$ nu are solutii reale daca $\Delta=4a^2+4a<0$. Se rezolva inecuatia si se obtine $a\in(-1;0)$.
Daca $a=0$ se obtine ecuatia $0\cdot x^2+0\cdot x-1=0$, ce nu are solutii. Prin urmare ecuatia initiala nu are solutii reale pentru $a\in(-1;0]$.
Raspuns: $a\in(-1;0]$.

10. Rezolvand sistemul de ecuatii

$$\begin{cases} y-x-2=0\\ y-3x+2=0\end{cases}$$

se obtine punctul de intersectie $Q(2;4)$ a dreptelor d_1 si d_2. Cum dreapta d_3 trece la fel prin punctul Q, se obtine:

$$3\cdot 4-k\cdot 2-4=0 \quad\Leftrightarrow\quad 2k=8 \quad\Leftrightarrow\quad k=4.$$

Prin urmare, pentru $k=4$ dreptele d_1,d_2,d_3 se intersecteaza in punctul Q.
Raspuns: $k=4$.

11. Prelungind dreapta BN pana la intersectie cu latura AC si notand punctul de intersectie cu D se obtine triunghiul ABD.
Cum $AN\perp BD$ si AN – bisectoare, rezulta triunghiul ABD – isoscel si $AB=BD=14$. Atunci $CD=AC-AD=19-14=5$.
Cum MN – linie medie in $\Delta BDC(BM=MC,BN=ND)$ se obtine

$$MN=\frac{1}{2}CD=\frac{5}{2}=2,5.$$

Raspuns: $MN = 2,5$.

12. Cum dreapta de ecuatie $y = 3x + b$ este tangenta la graficul functiei $f(x) = x^3$, rezulta

$$f'(x_0) = 3,$$

unde x_0 este abscisa punctului de tangenta. Asadar, $3x_0^2 = 3$, de unde $x_0 = \pm 1$ si $y_0 = \pm 1$ (ordonata punctului de tangenta).

Pentru $x_0 = -1$ se obtine $-1 = 3 \cdot (-1) + b, b = 2$.

Pentru $x_0 = 1$ se obtine $1 = 3 \cdot 1 + b, b = -2$.

Asadar $b \in \{-2; 2\}$.

Raspuns: $b \in \{-2; 2\}$.

Schema de notare

Scor maxim

Nr. 1 — 2 puncte
Nr. 2 — 2 puncte
Nr. 3 — 2 puncte
Nr. 4 — 2 puncte
Nr. 5 — 2 puncte
Nr. 6 — 3 puncte
Nr. 7 — 6 puncte
Nr. 8 — 5 puncte
Nr. 9 — 6 puncte
Nr. 10 — 6 puncte
Nr. 11 — 7 puncte
Nr. 12 — 7 puncte
total: 50 puncte

Nota

"10" — 49-50 puncte
"9" — 47-48 puncte
"8" — 44-46 puncte
"7" — 38-43 puncte
"6" — 30-37 puncte
"5" — 18-29 puncte
"4" — 14-17 puncte
"3" — 10-13 puncte
"2" — 5-9 puncte
"1" — 0-4 puncte