

Ministerul Educatiei al Republicii Moldova
Examenul de bacalaureat la matematica, 14 iunie 2005
Profilul umanist

Timp alocat: 180 minute.

I. In itemii 1-4 scrie pe foaia de test in spatiul indicat numai rezultatele. Poti folosi Maculatorul pentru efectuari de calcule.

1. Scrie in caseta libera unul dintre semnele $<, >, =$, astfel incat sa obtii o afirmatie adevarata

$$\sin \frac{\pi}{6} \boxed{} \lg 1.$$

2. Egalitatea $\frac{1}{36} = 6^n$ este adevarata pentru $n = \boxed{}$.

3. Valoarea expresiei $(1+i)^2$ este egala cu $\boxed{}$.

4. Dreapta l_1 paralela cu dreapta de ecuatie $l_2 : y = \frac{1}{3}x + 2$ are panta egala cu $m_1 = \boxed{}$.

II. In itemii 5-8 raspunde la intrebari, scriind argumentarile si raspunsurile in spatiile rezervate.

5. Tabelul de mai jos contine date despre inaltimea elevilor unei clase. Se stie ca inaltimea medie a elevilor din clasa constituie 171 cm. Utilizand datele din tabel determina valoarea lui x .

Inaltimea (cm)	165	168	170	175	177
Numarul de elevi	2	6	x	5	3

6. Fie polinomul $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 11x + m$.

a) Determina valorile parametrului real m , daca se stie ca una dintre radacinile polinomului $P(x)$ este egala cu (-1) .

b) Determina celelalte radacini ale polinomului pentru m determinat anterior.

7. Determina valorile reale ale lui x pentru care determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ x & 2 & 2 \\ x^2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ ia valori pozitive.

8. Determina valoarea expresiei $x + y$, daca se stie ca $2^x = 8^{y+1}$ si $9^y = 3^{x-9}$.

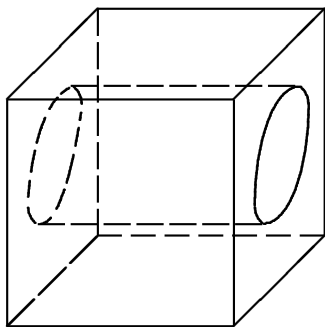
III. Rezolva problemele 9-12 si scrie pe foaia de test rezolvarile complete.

9. Determina pentru care valori ale parametrului p este adevarata egalitatea:

$$\int_{-p}^p \frac{1+x}{2} dx = 1.$$

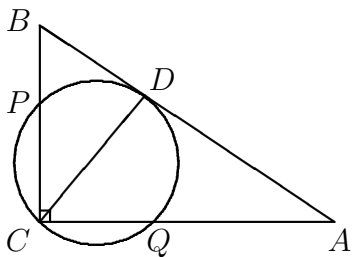
10. O piesa turnata din metal are forma unui cub cu o gaura de forma cilindrica (vezi desenul). Aria bazei piesei este de 16 cm^2 , iar diametrul gaurii este egal cu jumatate din

diagonala bazei. Determina cati cm^3 de metal sunt necesari pentru turnarea acestei piese.



11. Tangenta la curba $y = x^2 - 2x + 3$ este perpendiculara pe dreapta de ecuatie $x + 3y + 3 = 0$. Determina abscisa punctului de tangenta.

12. In desenul alaturat triunghiul ACB este dreptunghic in C . Un cerc este tangent la latura AB in punctul D si intersecteaza celelalte doua laturi in punctele P si Q respectiv. CD este un diametru al cercului. $AB = 10$ cm, $AC = 8$ cm si $BC = 6$ cm. Utilizand datele problemei si desenul, determina lungimea segmentului PQ .



Solutii

1. Cum $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\lg 1 = 0$, rezulta $\sin \frac{\pi}{6} > \lg 1$.

2. $\frac{1}{36} = 6^n \Leftrightarrow 6^{-2} = 6^n \Leftrightarrow n = -2$.

3. $(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$.

4. Dreptele paralele au pante egale, rezulta $m_1 = \frac{1}{3}$.

5. Din conditii rezulta ecuatia

$$\frac{165 \cdot 2 + 168 \cdot 6 + 170 \cdot x + 175 \cdot 5 + 177 \cdot 3}{2 + 6 + x + 5 + 3} = 171$$

sau $2744 + 170x = 171(16 + x)$, de unde $x = 8$.

Raspuns: $x = 8$.

6. a) Cum $P(-1) = 0$, rezulta $-2 \cdot 1 - 5 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + m = 0$, de unde $m = -4$.

b) $2x^3 - 5x^2 - 11x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(2x^2 - 7x - 4) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-4)(2x+1) = 0$,
de unde $x \in \left\{-1; 4; -\frac{1}{2}\right\}$.

Raspuns: $m = -4$; $x \in \left\{4; -\frac{1}{2}\right\}$.

7. Cum $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ x & 2 & 2 \\ x^2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 2x^2 + 8x - 4x^2 - 8 - 2x = -2x^2 + 6x - 4$, rezulta inecuatia
 $-2x^2 + 6x - 4 > 0$ sau $x^2 - 3x + 2 < 0$, de unde $1 < x < 2$.

Raspuns: $x \in (1; 2)$.

8. $\begin{cases} 2^x = 8^{y+1} \\ 9^y = 3^{x-9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2^{3(y+1)} \\ 3^{2y} = 3^{x-9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(y+1) \\ 2y = x-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(y+1) \\ 2y = 3y+3-9 \end{cases} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(y+1) \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 6 \end{cases}$, de unde $x + y = 27$.

Raspuns: $x + y = 27$.

9. Cum $\int_{-p}^p \frac{1+x}{2} dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{x^2}{2}\right) \Big|_{-p}^p = \frac{1}{2} \left(p + \frac{p^2}{2} + p - \frac{p^2}{2}\right) = p$, rezulta $p = 1$.

Raspuns: $p = 1$.

10. Fie latura cubului a , raza gaurii R . Din conditii rezulta $a^2 = 16$, de unde $a = 4$ si
 $2R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2}$ sau $2R = \frac{1}{2}4\sqrt{2}$, de unde $R = \sqrt{2}$ (cm).

Fie V_1 - volumul cubului, $V_1 = 4^3 = 64$ (cm³), V_2 - volumul gaurii (cilindrului de raza $R\sqrt{2}$ si inaltimea $h = a = 4$).

$$V_2 = \pi(\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 8\pi(\text{cm}^3).$$

Rezulta $V = V_1 - V_2 = 64 - 8\pi$.

Raspuns: $(64 - 8\pi)$ cm³.

11. Panta dreptei $m_1 = -\frac{1}{3}$. Panta tangentei $m_2 = f'(x_0) = 2x_0 - 2$.

Cum dreapta si tangenta sunt perpendiculare, avem $m_1 m_2 = -1$ sau $(2x_0 - 2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$,
de unde $2x_0 - 2 = 3$ si $x_0 = \frac{5}{2}$.

Raspuns: $x_0 = \frac{5}{2}$.

12. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$ cm², $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = 5 \cdot CD$, rezulta
 $CD = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} = 4,8$.

Consideram patrulaterul $PCQD$. Cum $\angle CPD = \angle CQD = 90^\circ$ (unghiuri ce se sprijina pe diametrul CD). $\angle D = 90^\circ$, rezulta patrulaterul $PCQD$ - dreptunghi si deci $PQ = CD$ (diagonalele dreptunghiului sunt egale). Asadar, $PQ = 4,8$ cm.

Raspuns: $PQ = 4,8$ cm.

Schema de notare

Scor maxim

Nr. 1 — 2 puncte
Nr. 2 — 2 puncte
Nr. 3 — 2 puncte
Nr. 4 — 2 puncte
Nr. 5 — 3 puncte
Nr. 6 — 5 puncte
Nr. 7 — 5 puncte
Nr. 8 — 5 puncte
Nr. 9 — 5 puncte
Nr. 10 — 8 puncte
Nr. 11 — 5 puncte
Nr. 12 — 7 puncte
total: 51 puncte

Nota

"10" — 51 puncte
"9" — 49-50 puncte
"8" — 45-48 puncte
"7" — 35-44 puncte
"6" — 26-34 puncte
"5" — 17-25 puncte
"4" — 10-16 puncte
"3" — 6-9 puncte
"2" — 3-5 puncte
"1" — 0-2 puncte