

**Ministerul Invatamantului al Republicii Moldova**  
**Examenul de bacalaureat la matematica, 2002**  
**Profilul umanist**

Timp alocat: 180 minute.

1. Calculati  $\log_3 5 \cdot \log_5 4 - \log_3 12$ .
2. Determinati coordonatele punctului simetric punctului  $A(-1, 2)$  in raport cu originea de coordonate.
3. Calculati  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 5}{6 - 3x - 2x^2}$ .
4. Pentru ce valori ale lui  $n$  are sens expresia  $”(5 - n)!”$  ?
5. Calculati valoarea expresiei  $3^{2x} + 3^{-2x}$ , daca  $3^x - 3^{-x} = 4$ .
6. Determinati numerele reale  $x$  si  $y$  astfel incat sa avem egalitatea da matrici

$$\begin{pmatrix} x+1 & x+y \\ 0 & x-2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -x-1 \\ 0 & 9-2x \end{pmatrix}.$$

7. Se da triunghiul  $ABC$  dreptunghic in  $B$ . Din varful unghiului drept este dusa mediana  $BK$ . Aflati aria triunghiului  $BCK$ , daca  $AB = 4\text{cm}$  si  $m(\angle A) = 30^\circ$ .

8. Determinati primitiva functiei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x^3 + 2x - 3x^2 - 1$ , a carei grafic trece prin punctul  $A(1, -1)$ .

9. O piesa de fonta in forma trunchiului de con cu razele bazelor de 4cm si 22cm a fost topita si turnata intr-un cilindru echivalent de aceeasi inaltime. Determinati raza bazei cilindrului.

10. Rezolvati ecuatia  $\log_{0,5}^2(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$ .

**Solutii**

1. Se utilizeaza proprietatile logaritmului si se obtine:

$$\log_3 5 \log_5 4 - \log_3 12 = \log_3 5 \cdot \frac{\log_3 4}{\log_3 5} - \log_3(3 \cdot 4) = \log_3 4 - (\log_3 3 + \log_3 4) = -1.$$

2. Fie punctul  $B$ , simetric punctului  $A(-1, 2)$  in raport cu originea de coordonate, are coordonatele  $(x_0, y_0)$ . Atunci, cum  $O(0, 0)$  este mijlocul segmentului  $AB$ , se obtine

$$\begin{cases} \frac{x_0 + (-1)}{2} = 0, \\ \frac{y_0 + 2}{2} = 0, \end{cases}$$

de unde  $x_0 = 1$ ;  $y_0 = -2$ .

$$\begin{aligned} 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 5}{6 - 3x - 2x^2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}{x^2 \left(\frac{6}{x^2} - \frac{3}{x} - 2\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}{\frac{6}{x^2} - \frac{3}{x} - 2} = \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 1 - 4 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + 5 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}}{6 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} - 3 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} 2} = \frac{1 - 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0}{6 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

4. Expresia  $(5-n)!$  are sens daca si numai daca  $5-n \in \mathbb{N}$ , adica  $\begin{cases} 5-n \geq 0, \\ n \in \mathbb{Z}, \end{cases}$  de unde  $n \leq 5, n \in \mathbb{Z}$ .

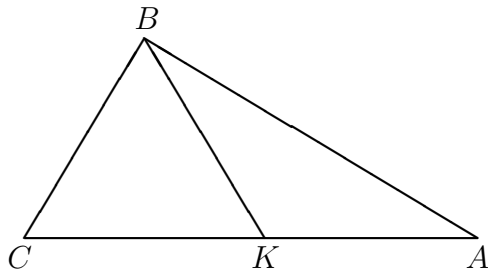
5. Cum  $3^x - 3^{-x} = 4$ , implica  $3^{2x} - 2 \cdot 3^x \cdot 3^{-x} + 3^{-2x} = 16$ , rezulta  $3^{2x} + 3^{-2x} = 16 + 2 \cdot 3^{x+(-x)}$  sau  $3^{2x} + 3^{-2x} = 16 + 2 \cdot 3^0 = 16 + 2 = 18$ .

Asadar,  $3^{2x} + 3^{-2x} = 18$ .

6. Se tine seama de definitia egalitatii a doua matrici si se obtine sistemul:

$$\begin{cases} x+1=2, \\ x+y=-x-1, \\ 0=0, \\ x-2y=9-2x, \end{cases} \quad \text{de unde} \quad \begin{cases} x=1, \\ y=-3. \end{cases}$$

7.



Fie  $\triangle ABC$  — dreptunghic in  $B$ ,  $AK = KC$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $AB = 4\text{cm}$ . Atunci  $BC = AB \operatorname{tg} 30^\circ$ ,  $BC = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ . Se calculeaza aria  $\triangle ABC$ :

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}}.$$

Cum mediana  $BK$  imparte triunghiul  $ABC$  in doua triunghiuri de arie egala, rezulta

$$S_{\triangle BKC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

8. Fie  $F(x)$  o primitiva functiei  $f(x)$ . Atunci

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (4x^3 + 2x - 3x^2 - 1) dx = x^4 + x^2 - x^3 - x + C.$$

Cum  $F(1) = -1$ , rezulta  $1 + 1 - 1 - 1 + C = -1$  sau  $C = -1$ . Prin urmare,  $F(x) = x^4 + x^2 - x^3 - x - 1$ .

9. Se afla volumul trunchiului de con

$$V_1 = \frac{\pi}{3} (4^2 + 22^2 + 4 \cdot 22) \cdot h = \frac{\pi h}{3} \cdot 588 = 196\pi h,$$

unde  $h$  — inaltimea conului.

Volumul cilindrului de aceeasi inaltime si raza  $R$ :

$$V_2 = \pi R^2 h.$$

Cum  $V_1 = V_2$ , rezulta  $196\pi h = \pi R^2 h$ , de unde  $R^2 = 196$  si  $R = 14(\text{cm})$ .

**10. DVA:**  $x > 0$ . Se utilizeaza proprietatile functiei logaritmice si se obtine

$$\begin{aligned} \log_{0,5}^2(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8 &\Leftrightarrow [\log_{0,5}(4x)]^2 + \log_2 x^2 - \log_2 8 = 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow [-\log_2(4x)]^2 + 2\log_2 x - 3 - 8 = 0 &\Leftrightarrow (\log_2 4 + \log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 11 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4 + 4\log_2 x + \log_2^2 x + 2\log_2 x - 11 = 0 &\Leftrightarrow \log_2^2 x + 6\log_2 x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -7, \\ \log_2 x = 1, \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{-7}, \\ x = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ambele solutii verifica DVA.

### Schema de notare

Scor maxim

Nr. 1 — 4 puncte  
 Nr. 2 — 2 puncte  
 Nr. 3 — 3 puncte  
 Nr. 4 — 4 puncte  
 Nr. 5 — 4 puncte  
 Nr. 6 — 5 puncte  
 Nr. 7 — 5 puncte  
 Nr. 8 — 5 puncte  
 Nr. 9 — 6 puncte  
 Nr. 10 — 8 puncte  
 total: 46 puncte

Nota

”10” — 45-46 puncte  
 ”9” — 41-44 puncte  
 ”8” — 34-40 puncte  
 ”7” — 27-33 puncte  
 ”6” — 21-26 puncte  
 ”5” — 15-20 puncte  
 ”4” — 10-14 puncte  
 ”3” — 6-9 puncte  
 ”2” — 2-5 puncte  
 ”1” — 1 punct