

Domeniul de cercetare al academicianului Constantin Sibirschi (1930-1991) era teoria sistemelor dinamice, teorie în care se studiază sistemele ce evoluează în timp. O veche problemă dificilă în acest domeniu este problema stabilității sistemului solar. Aceasta este problema de a decide dacă în viitorul foarte îndepărtat sistemul solar va continua să fie așa cum este acum sau dacă vreuna dintre planete va ieși din acest sistem sau poate o ciocnire între planete va avea loc. În cazul simplu în care considerăm numai soarele și o singură planetă, ecuațiile ce descriu mișcarea planetei sunt ușor de integrat. Dar această problemă este foarte dificilă în cazul general al tuturor planetelor. Poincaré era interesat de această problemă și deoarece ecuațiile diferențiale obținute din legea universală a gravitației, formulată de Newton, erau foarte dificile de studiat, Poincaré a decis ca mai întâi să se concentreze asupra unor sisteme mai simple, sistemele diferențiale polinomiale. Poincaré a fondat teoria calitativă a acestor sisteme și de asemenea teoria calitativă a sistemelor dinamice. Spre deosebire de predecesorii lui, care erau interesați de studiul individual al soluțiilor, Poincaré era interesat de studiul relațiilor dintre soluții sau chiar de studiul geometric, calitativ al totalității soluțiilor și nu numai de studiul lor cantitativ. Poincaré a publicat câteva lucrări și a formulat două probleme, care continuă să fie deschise, asupra acestor sisteme.

Una din contribuțiile importante ale lui Sibirschi a fost crearea teoriei invariantilor sistemelor diferențiale polinomiale din plan. Teoria clasică a invariantilor a fost un domeniu foarte activ de cercetare în a doua parte a secolului al 19-lea. Este teoria invariantilor polinomiale, sub acțiunea grupului linear $GL(n, \mathbb{R})$, asupra formelor în n variabile de grad m . Rezultatele principale ale teoriei clasice a invariantilor au fost demonstrate de David Hilbert (1862-1943) la începutul anilor 1890.

Ideia originală a lui Sibirschi a fost aceea de a construi o teorie analoagă în care formele în n variabile se înlocuiesc cu sisteme diferențiale de gradul n . El a publicat multe lucrări și patru cărți (în MathSciNet sunt enumerate 96 publicații ale lui) și două dintre cărți au fost traduse în engleză. Sibirschi a elaborat primul studiu sistematic al teoriei invariantilor sistemelor diferențiale polinomiale din plan. Unele dintre aceste lucrări au fost realizate de Sibirschi împreună cu studenți ai săi pe care el i-a inițiat în această teorie și care ulterior i-au devenit colaboratori. La rândul lor acești colaboratori au inițiat alți studenți. A treia generație de matematicieni lucrează astăzi alături de a doua generație, asupra teoriei invariantilor algebrici a sistemelor polinomiale. Astfel vedem că a doua contribuție majoră a lui Sibirschi este aceea de a fi creat o școală care a rezistat la trecerea timpului după dispariția fondatorului școlii, școală care continuă să fie în plină activitate.

Școala lui Sibirschi are astăzi o reputație internațională. Lucrări asupra teoriei

invariantilor sistemelor diferențiale polinomiale sunt realizate în Brazilia, Canada, Franța, Slovenia, Spania, SUA și influența școlii continuă să crească. Colaborări ale membrilor acestei școli cu oameni de știință din aceste țări au dus la rezultate publicate în reviste internaționale reputeate.

Problemele enunțate de Poincaré asupra acestor sisteme au un conținut global. O altă problemă care are un conținut global a fost formulată de Hilbert în anul 1900. Probleme cu caracter global sunt în general dificile deoarece nu se studiază sisteme individuale ci clase întregi de sisteme. O astfel de clasă poate depinde de mai mulți parametri și în general nu poate fi studiată folosind o singură prezentare (formă normală) a tuturor sistemelor din familie ci folosind mai multe astfel de forme normale. Dar rezultatele trebuiesc integrate astfel încât diferite prezentări să poată fi înglobate într-o unică totalitate. Invariantii algebrici joacă un rol esențial în acest proces. Trecerea dela o prezentare la cealaltă se face prin schimbări de coordonate care sunt asamblate într-un grup ca de pilda grupul de transformari liniare $GL(n, \mathbb{R})$. În acest proces de unificare, invariantii polinomiali în raport cu acțiuni de grupuri, realizează transferul dela o hartă la alta astfel încât să obținem portretul global al întregii clase de sisteme. Un alt rol al invariantilor polinomiali este de a distinge obiecte care nu sunt izomorfe.

În concluzie teoria invariantilor sistemelor diferențiale polinomiale elaborată de școala lui Sibirschi și care este aplicată de oameni de știință din alte părți ale lumii, joacă un rol important în obținerea de rezultate cu caracter global, independente de diferitele moduri de prezentare a sistemelor.

Dana Schlomiuk

Professeure de Mathématique

Département de Mathématiques et de Statistique, Université de Montréal,

Membre du Centre de Recherches Mathématiques (CRM)

Montréal, CANADA