A 53-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chişinău, 28 februarie 2009
CLASA A IX-A: BAREME DE EVALUARE

PROBLEMA 9.1 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru scrierea inegalităţii $a^2 + 2ab + b^2 > 4$;
2. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru aplicarea inegalităţii $(a - b)^2 \geq 0$;
3. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru obţinerea inegalităţii $a^2 + b^2 > 2$;
4. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru obţinerea inegalităţii $a^2 + 2a + b^2 + 2b > 6$;
5. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru obţinerea inegalităţii din enunţ.

PROBLEMA 9.2 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru scrierea că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ avem $\sqrt[n+1]{\frac{n+1}{n}} > 1$.
2. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru argumentarea că $B = \sqrt{2} + \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \ldots + \sqrt[2010]{\frac{2010}{2009}} > 2009$;
3. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru ipoteza că B este mărginit superior;
4. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru ipoteza că $B < 2010$;
5. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru demonstrarea faptului că $B < 2010$;
6. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru demonstrarea faptului că $A = 2009$.

PROBLEMA 9.3 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru scrierea $m(\angle MKC) = m(\angle MBC) = 60°$;
2. Se acordă 3 **puncte**:
   – pentru demonstrarea faptului că punctele M, B, K, C sunt conciclice;
3. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru argumentarea faptului că $m(\angle KBC) = m(\angle KMC) = m(\angle ACB) = 60°$;
4. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru aplicarea unui criteriu de paralelism pentru dreptele BK şi AC.

PROBLEMA 9.4 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru analiza cazului când în $\triangle ABC$ avem $AB > 1,\ BC = 1$;
2. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru analiza cazului când în $\triangle ABC$ avem $AB > 1,\ BC = m,\ m \in \mathbb{N},\ m > 1$;
3. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru analiza cazului când în $\triangle ABC$ avem $AB > 1,\ BC < 1$;
4. Se acordă 3 **puncte**:
   – pentru analiza cazului când în $\triangle ABC$ avem $AB > 1,\ BC > 1$.

PROBLEMA 9.5 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru argumentarea faptului că funcţia $f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^{2008} - a \cdot |x| + a^{2009} - a$ este pară;
2. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru argumentarea faptului că există o soluţie unică dacă şi numai dacă $x = 0$;
3. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru obţinerea ecuaţiei $a^{2009} - a = 0$;
4. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru concluzia că $a \in \{-1, 0, 1\}$;
5. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru valorile obţinute ale lui a au fost determinate soluţiile ecuaţiei din enunţ;
6. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru determinarea valorilor lui a, pentru care soluţia ecuaţiei iniţiale este unică.

PROBLEMA 9.6 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru scrierea fiecărei egalităţi în forma din care rezultă că $|x_i| \geq \sqrt{a}$ pentru orice $i = 1, 2, 3$;
2. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru obţinerea egalitţii $x_1 + x_2 + x_3 = a\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right)$;
3. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru argumentarea faptului că pentru $x_i > \sqrt{a}$ nu există soluţii;
4. Se acordă 1 **punct**:
   – pentru argumentarea faptului că pentru $x_i < -\sqrt{a}$ nu există soluţii;
2. Se acordă 2 **puncte**:
   – pentru analiza cazului $x_1 = x_2 = x_3$ şi obţinerea tripletelor care sunt soluţii ale sistemului;

REMARCĂ: O rezolvare corectă a unui subiect, care nu se încadrează în baremul de evaluare propus, se apreciază cu 7 puncte.