

**A 53-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA**  
**Chișinău, 28 februarie 2009**  
**CLASA A VIII-A: BAREME DE EVALUARE**

PROBLEMA 8.1 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru stabilirea că  $n$  este număr impar;
2. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru estimări ale numărului  $m$  ( $m \geq 3, \dots$ );
3. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru obținerea unor ecuații echivalente cu  $2^m = 4k^2 + 4k + 2010$ .
4. Se acordă 3 **puncte**:
  - pentru concluziile că  $4|(4k^2 + 4k)$  și  $4 \nmid 2010$ .

PROBLEMA 8.2 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru ideea aplicării relațiilor lui Viete ( $s = a + b$ ,  $p = ab$ );
2. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru concluzia  $s^2 - 4p \geq 0$ ;
3. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru relația  $ps \geq s^2$ ;
4. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru relația  $ps - 4p > 0$ ;
5. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru concluzia  $s > 4$ .

PROBLEMA 8.3 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru demonstrarea egalităților  $m(\angle ABO) = m(\angle BAO) = m(\angle DAO) = m(\angle ADO)$ ;
2. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru obținerea egalității  $AD = AB$ ;
3. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru demonstrarea că  $[AD]$  este bisectoare;
4. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru concluziile  $AO \perp d$  și  $AO \perp BD$ ;
5. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru concluzia  $d \parallel BD$ .

PROBLEMA 8.4 Punctaj total: 7 puncte

**Teorema directă:**  $m(\angle C) = 30^\circ \Rightarrow AM = IM$

1. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru demonstrarea că  $\triangle AMB$  este echilateral;
2. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru stabilirea că  $BI$  este bisectoarea  $\angle B$  și mediatoarea segmentului  $[AM]$ ;

**Teorema reciprocă:**  $AM = IM \Rightarrow m(\angle C) = 30^\circ$

3. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru argumentarea că  $A, I, M$  nu sunt coliniare;
4. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru remarcă că  $I \in \text{Int}(\triangle AMB)$ ;
5. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru stabilirea că  $\triangle AEI \equiv \triangle MFI$ ;
6. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru stabilirea că  $\triangle AMB$  este echilateral și  $m(\angle C) = 30^\circ$ .

PROBLEMA 8.5 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru identificarea mulțimii factorilor produsului din enunț;
2. Se acordă 3 **puncte**:
  - pentru partiționarea mulțimii factorilor produsului în grupuri câte 8 numere care au cifra unităților egală cu  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ ;
3. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru calculul ultimei cifre ale produsului numerelor din fiecare grup;
4. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru calculul ultimei cifre a produsului din enunț.

PROBLEMA 8.6 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru considerarea unei mulțimi ce conține mai mult de 2009 numere de forma  $a_k = \underbrace{\overline{bb \dots b}}_{k \text{ ori}}$ ;
2. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru gruparea numerelor după resturile împărțirii numerelor  $a_k$  la 2009;
3. Se acordă 2 **puncte**:
  - pentru aplicarea principiului Dirichlet la identificarea a cel puțin două numere care dau același rest la împărțirea prin 2009;
4. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru obținerea unei diferențe de tipul  $a_k - a_m = 10^m \cdot a_{k-m}$ ;
5. Se acordă 1 **punct**:
  - pentru existența numărului din enunț.

**REMARCĂ:** O rezolvare corectă a unui subiect, care nu se încadrează în baremul de evaluare propus, se apreciază cu 7 puncte.