

A 53-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chișinău, 28 februarie 2009
CLASA A VII-A: BAREME DE EVALUARE

PROBLEMA 7.1 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru alcătuirea ecuației $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 8) + (x + 9) - (x + y) = 2009$;
2. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru obținerea ecuației $9x = 1964 + y$ și scrierea ei sub forma $9x = 9 \cdot 218 + 2 + y$;
3. Se acordă 3 **puncte**:
 - pentru aflarea lui y ;
4. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru aflarea lui x ;
5. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru scrierea răspunsului și verificare.

PROBLEMA 7.2 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru menționarea faptului că trebuie de aplicat criteriul de divizibilitate la 3 și că orice număr natural poate fi reprezentat sub una din formele următoare: $3k$, $3k + 1$ sau $3k + 2$, unde k este număr natural;
2. Se acordă 3 **puncte**:
 - pentru demonstrare că pătratul oricărui număr natural (ca și suma cifrelor lui) se divide cu 3 sau restul împărțirii lui la 3 este egal cu 1.
3. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru aflarea restului împărțirii numărului 2009 la 3 și concluzia corectă.

PROBLEMA 7.3 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru scrierea expresiei $AX_1 + AX_2 + \dots + AX_{2009} - (BX_1 + BX_2 + \dots + BX_{2009})$;
2. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru scrierea $(AX_1 - BX_1) + (AX_2 - BX_2) + \dots + (AX_{2009} - BX_{2009})$;
3. Se acordă 3 **puncte**:
 - pentru obținerea formulei $AX_i - BX_i = \pm AB$ pentru orice $1 \leq i \leq 2009$;
4. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru obținerea expresiei $\underbrace{\pm AB \pm AB \pm \dots \pm AB}_{2009 \text{ ori}}$ și concluzia corectă în baza faptului că numărul 2009 este impar.

PROBLEMA 7.4 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru desen adecvat ipotezei problemei;
2. Se acordă 3 **puncte**:
 - pentru determinarea faptului că lungimea catetei unui triunghi dreptunghic, opuse unui unghi de 15° , este egală cu un sfert din lungimea ipotenuzei;
3. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru aflarea măsurii unghiului ABD și aplicarea pentru triunghiul ABD a proprietății triunghiului dreptunghic similară cu cea indicată la punctul 2;
4. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru determinarea corectă a distanței DD_1 .

PROBLEMA 7.5 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru scrierea egalității din enunț sub forma $7^x(7^y - 8) = 2009$;
2. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru scrierea $7^x(7^y - 8) = 7^2 \cdot 41$;
3. Se acordă 3 **puncte**:
 - pentru cercetarea cazurilor posibile și justificarea concluziilor;
4. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru aflarea lui x și y .

PROBLEMA 7.6 Punctaj total: 7 puncte

1. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru demonstrarea faptului că orice număr prim mai mare decât 2 și diferit de 5 are cifra unităților element al mulțimii $\{1, 3, 7, 9\}$;
2. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru demonstrarea faptului că pătratul oricărui număr prim mai mare decât 2 și diferit de 5 are cifra unităților element al mulțimii $\{1, 9\}$;
3. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru demonstrarea faptului că puterea a patra a oricărui număr prim mai mare decât 2 și diferit de 5 are cifra unităților egală cu 1;
4. Se acordă 2 **puncte**:
 - pentru efectuarea transformărilor

$$p^{4n} - 1 = (p^4)^n - 1 = (\overline{\dots 1})^n - 1 = \overline{\dots 1} - 1 = \overline{\dots 0}.$$

5. Se acordă 1 **punct**:
 - pentru concluzia finală corectă.

REMARCĂ: O rezolvare corectă a unui subiect, care nu se încadrează în baremul de evaluare propus, se apreciază cu 7 puncte.